

Rechnen mit Potenzen ist ein sehr interessantes Teilgebiet der Mathematik. Wenn man die Potenzgesetze einmal gut verstanden hat, so ist es ein leichtes, auch schwierig aussehende Potenzaufgaben auszurechnen!

Im nachfolgenden Text werden alle Potenzgesetze einfach dargestellt und mit Beispielen erläutert. Zur Selbstkontrolle folgen immer einige Übungsaufgaben.

I. Allgemeine Potenzgleichung

$$c = a^n \quad a = \text{Basis} \quad n = \text{Exponent} \quad c = \text{Potenzwert}$$

Hinweis: Der Exponent n wird auch Hochwert genannt.

Wird eine Zahl a mehrmals mit sich selbst multipliziert, so schreibt man:

$$a \cdot a \cdot \dots \cdot a = a^n \quad \text{Der Exponent n gibt an, wie oft die Zahl a auftritt.}$$

Aufgaben: Schreibe die Faktoren in Potenzschreibweise.

- a) 2 · 2 · 2 = 2³
- b) 4 · 4 = 4²
- c) 6 · 6 · 6 · 6 = 6⁴
- d) 10 · 10 · 10 = 10³
- e) x · x · x · x = x⁴
- f) z · z = z²

Aufgaben: Zerlege in Faktoren und schreibe diese in Potenzschreibweise.

- g) 8 = 2 · 2 · 2 = 2³
- h) 27 = 3³
- i) 81 = 9² = 3⁴
- j) 125 = 5³

II. Multiplizieren von Potenzen mit gleicher Basis

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

Bei der Multiplikation von Potenzen mit gleicher Basis werden die Exponenten addiert.

Aufgaben:

- a) 2² · 2³ = 2²⁺³ = 2⁵
- b) 3⁵ · 3⁴ = 3⁹
- c) 5¹⁰ · 5² = 5¹²
- d) 10³ · 10⁷ = 10¹⁰
- e) 6² · 6^x = 6^{x+2}
- f) x⁵ · x³ = x⁸
- g) z³ · z^x = z^{3+x}
- h) y^u · y^w = y^{u+w}

$$a^n \cdot a^m = a^{n+m}$$

Andere Schreibweise:

$$\frac{a^n \cdot a^m}{a^k} = a^{n+m-k}$$

Bei der Division von Potenzen mit gleicher Basis werden die Exponenten subtrahiert.

Aufgaben:

- a) 3³ · 3² = 3³⁺² = 3⁵
- b) 7¹ · 7⁰ = 7¹⁺⁰ = 7¹
- c) $\frac{10^8}{10^3} = 10^5$
- d) $\frac{4^2}{4^4} = 4^{-2}$
- e) a¹⁰ · a⁴ = a¹⁴
- f) y³ · y = y⁴
- g) $\frac{w^8}{w^2} = w^6$
- h) $\frac{k}{k^5} = k^{-4}$

IV. Negative Potenzen

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}$$

und

$$\frac{1}{a^{-n}} = a^n$$

Aufgaben:

- a) 10⁻² = $\frac{1}{10^2} = \frac{1}{100}$
- b) 5⁻² = $\frac{1}{5^2} = \frac{1}{25}$
- c) 8⁻³ = $\frac{1}{8^3}$
- d) a⁻² = $\frac{1}{a^2}$
- e) x⁻⁴ = $\frac{1}{x^4}$
- f) $\frac{3^2}{3^{-2}} = 3^2 \cdot 3^2 = 3^4$
- g) $\frac{2}{a^{-10}} = 2 \cdot a^{10}$
- h) $\frac{1}{x^{-3}} = x^3$
- i) $\frac{3}{y^{-4}} = 3 \cdot y^4$
- j) $\frac{10}{z^{-1}} = 10z$
- k) $\frac{1}{(a-b)^{-2}} = (a-b)^2$
- l) $\frac{x^{-3}}{y^2} = \frac{x^{-3}}{y^2} = \frac{1}{x^3 y^2}$
- m) a⁻³ · b⁻⁴ = $\frac{1}{a^3 b^4}$
- n) 5 · z⁻³ · z = $\frac{5z^{-3}}{z} = 5z^{-3-1} = 5z^{-4}$
- o) a⁻¹⁰ · a⁵ = a⁻¹⁰⁺⁵ = a⁻⁵
- p) (r+s)⁻¹ · (r+s) = (r+s)⁻¹⁺¹ = (r+s)⁰ = 1

Mathematik - Potenzrechnung - Potenzgesetze und Übungsaufgaben

Besondere Potenzen:

Basis a=0 Es gilt: 0ⁿ = 0 mit n>0

Beispiele: 0¹ = 0 0² = 0 0³ = 0 0ⁿ = 0 0ⁿ = 0

Aufgaben für 'Besondere Potenzen':

- a) 0¹⁰⁰ = 0
- b) 0⁰ = 0
- c) 0²⁰ = 0
- d) 0² = 0
- e) 0⁵⁰⁰ = 0

Basis a=1 Es gilt: 1ⁿ = 1

Beispiele: 1¹ = 1 1² = 1 1¹⁰ = 1 1ⁿ = 1 1⁷ = 1

- Aufgaben: a) 1¹⁰⁰ = 1
- b) 1¹ = 1
- c) 1²⁰ = 1
- d) 1² = 1
- e) 1⁵⁰⁰ = 1

Exponent n=0 Es gilt: a⁰ = 1

Beispiele: 1⁰ = 1 -5⁰ = 1 10⁰ = 1 -x⁰ = 1 xy⁰ = 1

- Aufgaben: a) 10⁰ = 1
- b) a⁰ = 1
- c) 5b⁰ = 5
- d) $(\frac{1}{2})^0 = 1$
- e) -5a⁰ = -5

Exponent n=1 Es gilt: a¹ = a

Beispiele: 0¹ = 0 2¹ = 2 -10¹ = -10 x¹ = x -y¹ = -y

Mathematik - Potenzrechnung - Potenzgesetze und Übungsaufgaben

V. Potenzieren von Potenzen

$$(a^m)^n = a^{m \cdot n} = (a^n)^m$$

Bei gleicher Basis werden die Potenzen multipliziert.

Aufgaben:

- a) (3²)² = 3^{2 \cdot 2} = 3⁴
- b) (5²)² = 5⁴
- c) (2⁴)⁻¹ = 2⁻⁴
- d) (6⁻²)⁽⁻²⁾ = (6⁻²)⁻² = 6⁴
- e) (a¹⁰)¹ = a¹⁰
- f) (y⁵)⁻² = y⁻¹⁰
- g) (x⁻²)³ = x⁻⁶
- h) (2⁵)^{3x} = 2^{15x}

VI. Multiplikation und Division von Potenzen mit gleichem Exponenten

aⁿ · bⁿ = (a · b)ⁿ 3. Potenzgesetz

Beispiel: 2³ · 5³ = (2 · 5)³ = 10³ = 1000

$\frac{a^n}{b^n} = (\frac{a}{b})^n$ 4. Potenzgesetz

Beispiel: $\frac{4^3}{8^3} = (\frac{4}{8})^3 = (\frac{1}{2})^3 = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$

Gemischte Aufgaben:

- a) $\frac{2^1 \cdot x^2}{2^2 \cdot x} = \frac{2 \cdot x^2}{2^2 \cdot x} = \frac{2 \cdot x^2}{2 \cdot 2 \cdot x} = \frac{x^2}{2x} = \frac{1}{2} x$
- b) $\frac{5^1 \cdot r^2 \cdot 2^0}{r^3 \cdot 2^2 \cdot 5^3} = \frac{5 \cdot r^2 \cdot 1}{r^3 \cdot 2^2 \cdot 5^3} = \frac{5 \cdot r^2}{r^3 \cdot 4 \cdot 125} = \frac{5 \cdot r^2}{500 r^3} = \frac{1}{100} \cdot \frac{1}{r}$
- c) $\frac{(6-2)^1 \cdot z \cdot 8^0}{2^3 \cdot 8^2 \cdot 4^0} = \frac{4 \cdot z \cdot 1}{2^3 \cdot 8^2 \cdot 1} = \frac{4z}{2^3 \cdot 2^6} = \frac{4z}{2^9} = \frac{4z}{512}$
- d) $\frac{u^2 \cdot r^3 \cdot 4^3 \cdot r^2 \cdot u}{u^3 \cdot (10-6) \cdot r^2} = \frac{4^3 \cdot u^3 \cdot r^5}{u^3 \cdot 4 \cdot r^2} = \frac{64 \cdot u^3 \cdot r^5}{4 \cdot u^3 \cdot r^2} = 16 \cdot r^3$
- e) $\frac{e^4 \cdot 5 \cdot e^4}{5 \cdot e^2 \cdot 5^2 \cdot e^4} = \frac{5 \cdot e^8}{5 \cdot 5^2 \cdot e^6} = \frac{5 \cdot e^8}{25 \cdot e^6} = \frac{5 \cdot e^2}{25} = \frac{1}{5} e^2$
- f) $\frac{(3ab-a)(3ab+a)}{a^3} = \frac{(3ab)^2 - a^2}{a^3} = \frac{9a^2b^2 - a^2}{a^3} = \frac{9b^2 - 1}{a}$ 3. Binom.
- g) $\frac{a^2 - 2ab + b^2}{(a-b)^2} = \frac{(a-b)^2}{(a-b)^2} = 1$
- h) $\frac{(z+1)(u-3)^3(w-8)^3}{(w-8)^6(u-3)^2(z+1)^2} = (z+1)^{-1}(u-3)(w-8)^{-1}$